

Kryteria oceny jakości układów regulacji

Wskaźniki jakości dotyczą określonych cech przebiegu odpowiedzi układu $y(t)$ i uchybu regulacji $e(t)$ (o dwóch składowych: uchyb nadążania $e_r(t)$ i uchyb tłumienia zakłóceń $e_z(t)$).

uwaga: w liniowych układach regulacji uchyby nadążania oraz tłumienia można rozważać oddzielnie i wyniki sumować (zasada superpozycji)

$$\text{układ liniowy} \rightarrow e(t) = e_r(t) + e_z(t)$$

Najpopularniejszymi wskaźnikami jakości są:

- zapas stabilności - zapas fazy i modułu (zob. p. Stabilność),
- uchyby: statyczny, prędkościowy, maksymalny,
- czas regulacji,
- przeregulowanie,
- pasmo przenoszenia,
- wskaźniki całkowite.

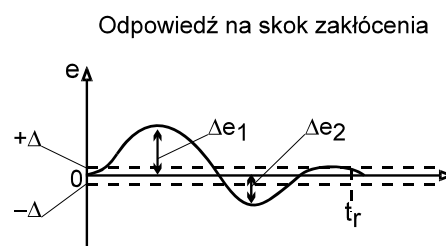
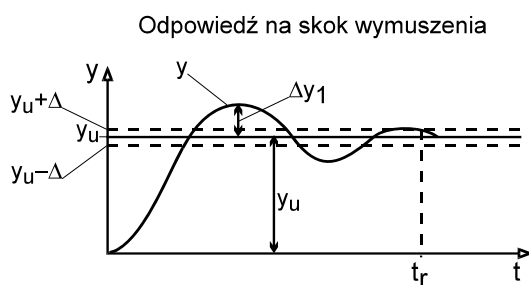
Przy projektowaniu regulatora najczęściej dąży się do tego, aby wybrany wskaźnik jakości (np. t_r) był minimalny przy dostatecznie dużym zapasie stabilności.

Uchyb statyczny, maksymalny. Uchyb statyczny (ustalony) $e_u = r_u - y_u$. Dąży się, by uchyb ten był jak najmniejszy - najlepiej zerowy. Stan ustalony dla poszczególnych przebiegów określić można na podstawie opisu w dziedzinie czasu dla $t \rightarrow \infty$ (należy znaleźć transformatę odwrotną) lub na bazie twierdzeń o wartościach granicznych - wzory (4.44a) i (4.44b).

$$\text{stan ustalony:} \quad f_u = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} [sF(s)] \quad (4.44a)$$

$$\text{wartość początkowa:} \quad f_0 = \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} [sF(s)] \quad (4.44b)$$

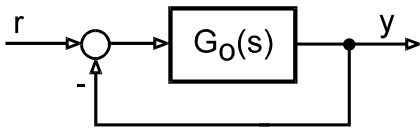
Uchyb maksymalny: $e_m = \max|e(t)|$



Rys. 4.19. Odpowiedź na skok wymuszenia.

Rys. 4.20. Odpowiedź na skok zakłócenia.

Rozważmy układ regulacji, w którym elementy toru głównego objęte są 100% sprzężeniem zwrotnym (rys. 4.21).



Rys. 4.21. Układ ze 100% sprzężeniem zwrotnym.

Transmitancję $G_o(s)$ można zapisać w formie $\frac{1}{s^m} G'_o(s)$. Taki zapis oznacza, że transmitancja układu otwartego posiada m -krotny biegun w zerze ($s=0$) - czyli w torze głównym występuje m integratorów. W przypadku szczególnym m może być równe 0.

Jeżeli układ otwarty nie ma biegunów w zerze ($m=0$), to mówi się o nim, że jest układem statycznym. Jeżeli zaś $m = 1, 2, \dots$, to układ taki jest układem astatycznym rzędu odpowiednio pierwszego, drugiego, itd.

$$G_o(s) = \frac{1}{s^m} G'_o(s)$$

$$m = 0 \quad \rightarrow \text{układ statyczny} \quad (4.45)$$

$$m = 1, 2, \dots \quad \rightarrow \text{układ astatyczny rzędu } 1, 2, \dots$$

$$G'_o(s)|_{s=0} = k \quad \rightarrow \text{wzmocnienie części statycznej obiektu}$$

Dla układów statycznych można obliczyć tzw. wzmocnienie pozycyjne :

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G_o(s) \quad \rightarrow \text{wzmocnienie pozycyjne,} \quad (4.46)$$

dla układów astatycznych 1-go rzędu wzmocnienie prędkościowe:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_o(s) \quad \rightarrow \text{wzmocnienie prędkościowe,} \quad (4.47)$$

zaś dla układów astatycznych 2-go rzędu wzmocnienie przyspieszeniowe:

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G_o(s) \quad \rightarrow \text{wzmocnienie przyspieszeniowe.} \quad (4.48)$$

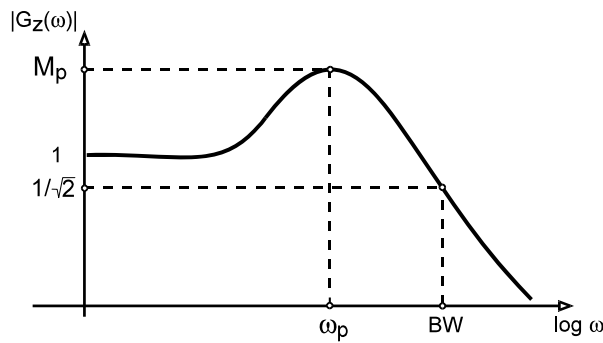
pamiętaj: *rzęd astatyzmu układu otwartego (liczba całkowań) decyduje o dokładności układu zamkniętego na określone wymuszenie (skokowe, liniowe, ...)*

Czas regulacji t_r . Definiuje się go dla dopuszczalnego odchylenia Δ - informuje on o tym, po jakim czasie wartość wielkości wyjściowej będzie się różniła od wartości tej wielkości w stanie ustalonym nie więcej niż o Δ (zob. *Przykład 6*).

Przeregulowanie dla skoku zakłócenia (zob. rys. 4.19) definiuje wzór (4.50), zaś dla skoku wielkości zadanej (zob. rys. 4.20) wzór (4.51).

$$p = \frac{\Delta e_2}{\Delta e_1} 100\% \quad (4.50), \quad p = \frac{\Delta y_1}{y_u} 100\% \quad (4.51)$$

Pasma przenoszenia. Określa się je dla układu zamkniętego. Typową dla stabilnych układów sterowania charakterystykę amplitudową przedstawiono na rys. 4.22.



BW - szerokość pasma przenoszenia
 ω_p - częstotliwość szczytowa
 M_p - moduł szczytowy

Rys. 4.22. Typowa charakterystyka amplitudowa.

pamiętaj: szerokość pasma przenoszenia określa się dla układu zamkniętego na podstawie charakterystyki amplitudowej układu zamkniętego

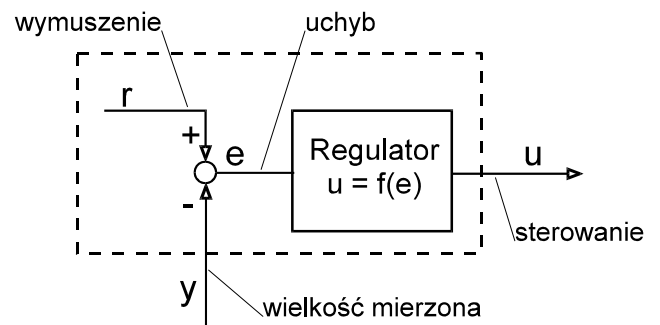
Wskaźniki całkowe.

$$I_1 = \int_0^{\infty} |e(t)| dt, I_2 = \int_0^{\infty} e^2(t) dt, I_3 = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt, I_4 = \int_0^{\infty} t^2 |e(t)| dt \quad (4.54)$$

Minimalizacja wskaźnika I_1 w układzie rzędu większego od dwóch prowadzi do przebiegu przejściowego o przeregulowaniach dochodzących do 10%. Minimalizacja I_2 prowadzi do przebiegu o przeregulowaniach większych niż przy I_1 - do 35%. By uzyskać przebiegi uchybu $e(t)$ zbliżone do aperiodycznych należy stosować kryterium I_3 . Minimalizacja wskaźnika I_4 prowadzi do przebiegów aperiodycznych o małym czasie regulacji.

4.4. Regulatory

Regulator jest urządzeniem przetwarzającym sygnał uchybu regulacji e na sygnał sterujący u . Uchyb regulacji jest różnicą między wartością zadaną a wartością mierzoną (pochodzącą z procesu): $e = r - y$. Sposób przetwarzania sygnału uchybu e na sterowanie u nazywany jest algorytmem regulacji.



Rys. 4.25. Schemat blokowy regulatora.

Standardowe algorytmy regulacji

Najczęściej spotyka się 5 rodzajów algorytmów sterowania: proporcjonalny P , całkowy I , proporcjonalno-całkowy PI , proporcjonalno-różniczkowy PD oraz proporcjonalno-całkowo-różniczkowy PID (tabl. 4.4).

Tabl. 4.4. Podstawowe typy regulatorów.

Typ	Sterowanie	Transmitancja
P	$u(t) = K_p e(t)$	$G_R(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_p$
I	$u(t) = \frac{K_p}{T_I} \int_0^t e(t) dt$	$G_R(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = \frac{K_p}{T_I s}$
PI	$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt \right]$	$G_R(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_p \left[1 + \frac{1}{T_I s} \right]$
PD	$u(t) = K_p \left[e(t) + T_D \frac{de(t)}{dt} \right]$	$G_R(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_p [1 + T_D s]$
PID	$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right]$	$G_R(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_p \left[1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right]$

K_p jest współczynnikiem wzmocnienia regulatora, T_I - stałą czasową całkowania, T_D - stałą czasową różniczkowania.

Dobór regulatora i jego nastaw

Typ regulatora. Wybierając typ regulatora dla określonego obiektu należy unikać tworzenia układów strukturalnie niestabilnych, tzn. takich, dla których nie istnieją nastawy regulatora zapewniające stabilność w układzie. Przykładem układu strukturalnie niestabilnego może być układ z obiektem astatycznym i regulatorem całkującym. W tabeli 4.5 zostały zebrane wskazówki dotyczące doboru algorytmu regulatora ze względu na typ obiektu i rodzaj regulacji. Typ obiektu można określić np. analizując jego odpowiedź skokową.

Tabl. 4.5. Dobór typu regulatora.

Typ obiektu	Typ regulatora dla regulacji zakłóceń	Typ regulatora dla regulacji nadążnej
astatyczny 1-go rzędu (całkujący)	PI (ew. P)	P
proporcjonalny (wzmacniacz)	I (ew. P)	P
jednoinercyjny (inercyjny 1-go rzędu)	PI (ew. P lub I)	PD (ew. P)
astatyczny wyższych rzędów	PID (ew. PI lub P)	PD
wieloinercyjny	PID (ew. PI lub P)	PID (ew. PI)
z opóźnieniem	PI (ew. I)	PI (ew. I)

Ogólne zasady wyboru rodzaju regulatora można sformułować następująco:

- regulator **PI** zapewnia dobrą jakość regulacji przy zakłóceniach o małych częstotliwościach oraz zapewnia zerowy uchyb ustalony na wymuszenie skokowe,
- regulator **PD** zapewnia szersze pasmo regulacji niż PI (układ jest szybszy), ale gorsza jest jakość regulacji przy zakłóceniach o małych częstotliwościach,
- regulator **PID** łączy w sobie cechy obu wyżej wymienionych regulatorów.

Tabl. 4.6. Nastawy regulatorów przy zmianach wartości zadanej.

Obiekt statyczny (jednoinercyjny z opóźnieniem): $G_o(s) = \frac{k_o}{T_z s + 1} e^{-\tau s}; \quad \beta = \frac{k_o K_p \tau}{T_z}$		
Regulator	Przebieg z 2...5% przeregulowaniem min t_r , min I_1	Przebieg z 20% przeregulowaniem min I_3
P	$\beta = 0.3$	$\beta = 0.7$
PI	$\beta = 0.35, \quad T_I = 1.2 \cdot \tau$	$\beta = 0.6, \quad T_I = 1.0 \cdot \tau$
PID	$\beta = 0.6, \quad T_I = 1.0 \cdot \tau$ $T_D = 0.5 \cdot \tau$	$\beta = 0.95, \quad T_I = 1.35 \cdot \tau$ $T_D = 0.47 \cdot \tau$

Nastawy regulatora. O doborze nastaw regulatora decydują własności dynamiczne obiektu, algorytm samego regulatora oraz wymagania co do przebiegu dynamicznego w układzie regulacji. Poniżej w tabelach przedstawiono wartości optymalnych nastaw regulatorów w oparciu o kryteria całkowite. Nastawy regulatorów zostały pogrupowane ze względu na rodzaj obiektu, z którym regulator ma współpracować.

Tabl. 4.7. Nastawy regulatorów przy kompensacji zakłóceń.

Typ regulatora	Przebieg aperiodyczny min t_r , min I_1	Przebieg z 20% przeregulowaniem (min I_3)	przebieg z min e_d (uchyblem dynamicznym - min I_2)
Obiekt statyczny (inercyjny I rzędu): $G_o(s) = \frac{k_o}{T_z s + 1}; \quad \alpha = \frac{1}{k_o K_I T_z}$			
I	$\alpha = 4.5$	$\alpha = 1.7$	$\alpha = 3.5$
Obiekt statyczny (jednoinercyjny z opóźnieniem): $G_o(s) = \frac{k_o}{T_z s + 1} e^{-\tau s}; \quad \beta = \frac{k_o K_p \tau}{T_z}$			
P	$\beta = 0.35$	$\beta = 1$	-
PI	$\beta = 0.6,$ $T_I = 0.8 \cdot \tau + 0.5 \cdot T_z$	$\beta = 0.7,$ $T_I = \tau + 0.3 \cdot T_z$	$\beta = 0.1,$ $T_I = \tau + 0.35 \cdot T_z$
PID	$\beta = 1, \quad T_I = 2.4 \cdot \tau$ $T_D = 0.4 \cdot \tau$	$\beta = 1.2, \quad T_I = 2.0 \cdot \tau$ $T_D = 0.4 \cdot \tau$	$\beta = 1.4, \quad T_I = 1.3 \cdot \tau$ $T_D = 0.5 \cdot \tau$
Obiekt astatyczny (całkujący z opóźnieniem): $G_o(s) = \frac{k_o}{s} e^{-\tau s}; \quad \gamma = k_o K_p \tau$			
P	$\gamma = 0.4$	$\gamma = 0.7$	-
PI	$\gamma = 0.5, \quad T_I = 6.0 \cdot \tau$	$\gamma = 0.7, \quad T_I = 3.0 \cdot \tau$	$\gamma = 1, \quad T_I = 4.3 \cdot \tau$
PID	$\gamma = 0.65, \quad T_I = 5.0 \cdot \tau$ $T_D = 0.25 \cdot \tau$	$\gamma = 1.1, \quad T_I = 2.0 \cdot \tau$ $T_D = 0.4 \cdot \tau$	$\gamma = 1.35, \quad T_I = 1.6 \cdot \tau$ $T_D = 0.5 \cdot \tau$

Metoda odpowiedzi skokowej. Dla określenia parametrów transmitancji modelu obiektu można skorzystać z metod identyfikacji przedstawionych w rozdziale 4.2.

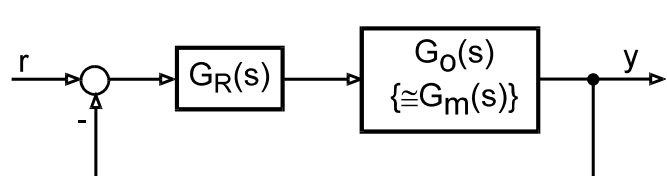
Tabl. 4.8. Dobór nastaw wg Zieglera-Nicholsa.

Reglator	Nastawy wg Zieglera-Nicholsa
P	$K_p = T_z / (k_o \cdot \tau)$
PI	$K_p = 0.8 \cdot T_z / (k_o \cdot \tau), \quad T_I = 3 \cdot \tau$
PID	$K_p = 1.2 \cdot T_z / (k_o \cdot \tau), \quad T_I = 1.5 \cdot \tau, \quad T_D = 0.4 \cdot \tau$

W tym celu należy:

- odłączyć regulator od obiektu lub przełączyć go w tryb pracy ręcznej (*Man*)
- zarejestrować odpowiedź samego obiektu na wymuszenie skokowe (wokół p. pracy),
- wyznaczyć graficznie współczynniki transmitancji aproksymującej obiekt regulacji (np. metodą Kűpfműllera wyznaczamy trzy parametry: k_o, T_z, τ),
- określić nastawy regulatora z tabeli 4.8 (lub innych tabel).

Przykład 8



Rys. 4.24. Układ regulacji z Przykładu 8

W Przykładzie 5 dokonano aproksymacji obiektu regulacji modelem inercyjnym I rzędu z opóźnieniem. Otrzymana transmitancja modelująca ma postać:

$$G_m(s) = \frac{1.5}{4.53s + 1} e^{-2.27s}$$

Należy obecnie dla regulatora PI dobrać nastawy: a) według zaleceń Zieglera Nicholsa, b) tak, by w układzie przy zmianie wartości zadanej występowało 20% procentowe przeregulowanie, c) tak, by przy kompensacji zakłóceń występowało 20% przeregulowanie.

Rozwiązanie

(a) - tabl.4.8	(b) - tabl.4.6	(c) - tabl.4.7
$\frac{K_p}{T_I} = 0.8 \frac{4.53}{1.5 \cdot 2.27} = 1.06$ $T_I = 3 \cdot 2.27 = 6.81$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.6 = \frac{1.5k_p 2.27}{4.53} \rightarrow K_p = 0.8 \\ T_I = 2.27 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.7 = \frac{1.5k_p 2.27}{4.53} \rightarrow K_p = 0.93 \\ T_I = 2.27 + 0.3 \cdot 4.53 = 3.63 \end{array} \right.$

Metoda cyklu granicznego. Innym sposobem doboru nastaw regulatora w układach regulacji jednoobwodowej jest metoda cyklu granicznego Zieglera-Nicholsa. Metoda ta oparta jest na analizie charakterystyki częstotliwościowej obiektu (w jednym punkcie). Sposób postępowania jest następujący:

- regulator zainstalowany w układzie regulacji automatycznej należy nastawić na działanie proporcjonalne (wyłączyć część całkującą $T_I = \infty$ oraz część różniczkującą $T_D = 0$),

- zwiększając stopniowo wzmocnienie K_p regulatora doprowadzamy układ regulacji do granicy stabilności (aż na wyjściu powstaną oscylacje niegasnące), skąd określamy k_{kr} ,
- odczytujemy okres drgań niegasnących T_{kr} (na granicy stabilności),
- zalecane nastawy regulatora przedstawione zostały w tabeli 4.9.

Uzyskane w ten sposób nastawy nie są optymalne, lecz są wystarczająco dobre z praktycznego punktu widzenia. Ze względu na swą prostotę i skuteczność metoda ta jest często stosowana w praktyce (ew. z pewnymi modyfikacjami, np. metoda drgań przekąźnikowych Äströma). Nastawy Zieglera-Nicholsa zmierzają do zapewnienia zapasu modułu równego 2.

Tabl. 4.9. Nastawy regulatora dla metody cyklu granicznego.

Regulator	Nastawy Zieglera-Nicholsa
P	$K_p = 0.5 \cdot k_{kr}$
PI	$K_p = 0.45 \cdot k_{kr}$, $T_I = 0.85 \cdot T_{kr}$
PID	(1) $K_p = 0.65 \cdot k_{kr}$, $T_I = 0.50 \cdot T_{kr}$, $T_D = 0.12 \cdot T_{kr}$ (2) $K_p = 0.20 \cdot k_{kr}$, $T_I = 0.33 \cdot T_{kr}$, $T_D = 0.50 \cdot T_{kr}$

Literatura

1. Amborski K., Marusak A.: *Teoria sterowania w ćwiczeniach*. PWN, W-wa 1978
2. De Larminat P., Thomas Y.: *Automatyka - układy liniowe*. WNT, W-wa 1983
3. Kaczorek T.: *Teoria układów regulacji automatycznej*. WNT, W-wa 1974
4. Pełczewski W.: *Teoria sterowania*. WNT, W-wa 1980
5. *Poradnik inżyniera. Automatyka*. Wyd. II uzupełnione, W-wa, WNT 1973