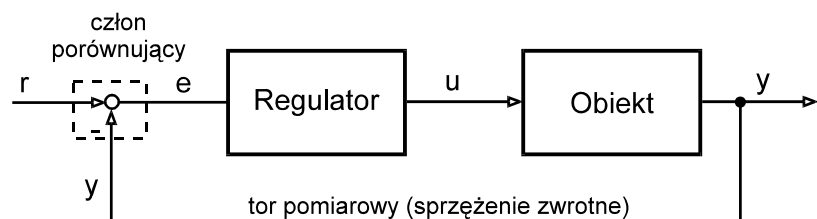
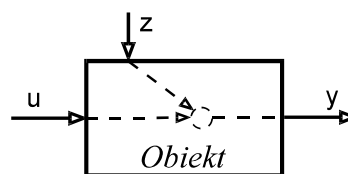


4. UKŁADY REGULACJI AUTOMATYCZNEJ

Najprostszy układ regulacji stałowartościowej składa się z *obiektu*, *członu regulacyjnego*, *członu porównującego* oraz *toru pomiarowego* - pętli sprzężenia zwrotnego. Zadaniem takiego układu regulacji jest utrzymywanie wybranego parametru w procesie (zmiennej procesowej) na wskazanej wartości. Jeśli przez r oznaczymy wartość zadaną, zaś przez y zmienną procesową (pomiar wartości wyjściowej z obiektu), to wartość uchybu e będzie równa $e = r - y$. Zmienna procesowa y będzie równa wartości zadanej r wówczas, gdy uchyb $e = 0$. Schemat typowego układu regulacji przedstawiono na rys. 4.1.



Rys. 4.1. Schemat typowego układu regulacji.



Rys. 4.2. Obiekt regulacji.

regulacja = *sterowanie w układzie zamkniętym (ze sprzężeniem zwrotnym)*

4.1. Obiekty regulacji i ich opis matematyczny

Obiekt regulacji jest to układ dynamiczny, w którym można wymusić pożądane przebiegi procesów za pomocą oddziaływań sterujących. Polska norma (PN-78/M-42000) określa obiekt regulacji jako obiekt sterowania w układzie regulacji. Wielkością wyjściową obiektu jest parametr, którego wartość pozwala wnioskować o przebiegu procesu – czyli y na rysunku 4.2. Wielkościami wejściowymi są zarówno wymuszenia sterujące u , jak i zakłócające z . W ogólności wielkości u , y , z mogą być wektorami o wielu składowych.

Obiekty regulacji, ze względu na opis matematyczny, możemy sklasyfikować następująco:

- obiekty stacjonarne – ich właściwości nie zmieniają się wraz z upływem czasu, zatem wartość wyjścia $y(t)$ zależy tylko od wejść $u(t)$, $z(t)$ i stanu obiektu w chwili t_0 (warunków początkowych),
- obiekty niestacjonarne – nie mają powyższej własności (właściwości obiektu zmieniają się wraz z upływem czasu, np. na skutek starzenia),
- obiekty ciągłe – sygnały wejściowe oraz sygnały wyjściowe są opisane funkcjami ciągłymi,
- obiekty dyskretne – nieciągłe – sygnały wejściowe i wyjściowe mogą przyjmować jedynie ściśle określone wartości z pewnego zbioru skończonego (często zdarza się taka sytuacja, że obiekt posiada np. wejścia dyskretne, a wyjścia ciągłe – komplikuje to dodatkowo opis matematyczny),
- obiekty liniowe – opisują je liniowe równania różniczkowe
- obiekty nieliniowe – do ich pełnego opisu nie możemy stosować liniowych równań różniczkowych.

Od tego, do jakiej grupy należy rozważany obiekt regulacji, zależy metodyka opisu matematycznego tego obiektu. Podane powyżej klasy obiektów nie są grupami rozłącznymi. Rzeczywiste obiekty regulacji należą równocześnie do kilku z wymienionych klas, np. obiekt stacjonarny nieliniowy.

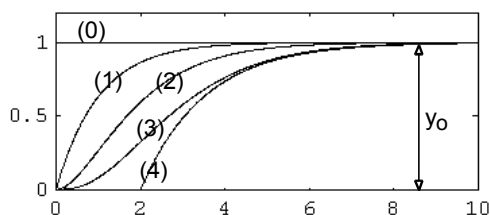
Liniovne obiekty regulacji

W klasie liniowych obiektów regulacji można wydzielić następujące grupy:

- obiekty o stałych skupionych
- obiekty o stałych rozłożonych
- obiekty statyczne
- obiekty astatyczne

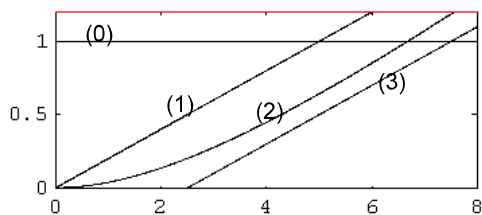
Obiekty o stałych skupionych opisywane są równaniami różniczkowymi liniowymi o stałych współczynnikach.

Obiekty o stałych rozłożonych opisywane są równaniami różniczkowymi o pochodnych cząstkowych. W równaniach tych oprócz pochodnych czasowych występują również pochodne zależne od współrzędnych geometrycznych rozważanego obiektu. Przyrost wielkości wyjściowej $y(t, \mathbf{x})$ mierzonej w stanach dynamicznych zależy od wymuszeń oraz miejsca pomiaru tej wielkości w obiekcie. Przykładem takiego obiektu może być wymiennik ciepła - temperatura w wymienniku zależy zarówno od czasu (t) jak i od miejsca geometrycznego (\mathbf{x}), w którym ją mierzymy.



Odpowiedzi skokowe obiektów statycznych: (0) – wymuszenie skokowe, (1) – obiekt jednoinercyjny, (2) – dwuinercyjny, (3) - wieloinercyjny, (4) – jednoinercyjny z opóźnieniem.

Rys. 4.3. Odpowiedź skokowa, obiekt statyczny.



Odpowiedzi skokowe obiektów astatycznych: (0) - wymuszenie, (1) - obiekt całkujący, (2) - całkujący z inercją, (3) – całkujący z opóźnieniem.

Rys. 4.4. Odpowiedź skokowa, obiekt astatyczny.

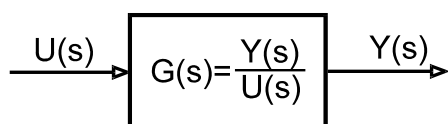
Obiekty statyczne (z wyrównaniem) osiągają po wymuszeniu skokowym stan równowagi trwałej. Na wymuszenie skokowe o wartości u_o obiekt odpowie w stanie ustalonym sygnałem o pewnej wartości y_o .

Obiekty astatyczne odpowiadają na wymuszenie skokowe nieograniczonym wzrostem sygnału wyjściowego y .

pamiętaj: *w układzie liniowym obowiązuje zasada superpozycji*

Opis matematyczny

Transmitancje operatorowe. Do opisu liniowych stacjonarnych układów regulacji (przedstawianych równaniami różniczkowymi liniowymi o stałych skupionych) stosuje się często metodę transmitancji operatorowych. Obliczenia opierają się na tworzeniu i przekształcaniu schematów blokowych reprezentujących układ regulacji automatycznej. Transmitancja jest stosunkiem transformaty odpowiedzi y obiektu do transformaty wymuszenia u podanego na wejście obiektu, przy zerowych warunkach początkowych. Zatem jeśli przez $U(s)$ oznaczymy transformatę wymuszenia, przez $Y(s)$ transformatę odpowiedzi obiektu, to transmitancja operatorowa tego obiektu będzie opisana równaniem $G(s)=Y(s)/U(s)$, por. rys. 4.5. Określa ona syntetycznie własności dynamiczne układu, nie zależy ani od sygnału wejściowego ani od sygnału wyjściowego - a jedynie od parametrów układu.



Rys. 4.5. Transmitancja obiektu.

Opis sygnałów u oraz y w dziedzinie operatora s powstaje na drodze transformaty Laplace'a tych sygnałów opisanych w dziedzinie czasu. Jeżeli sygnał wejściowy rozważany w dziedzinie czasu oznaczymy przez $u(t)$, to transformata Laplace'a tego sygnału oznaczana jako $U(s)$ będzie obliczona z podanej niżej całki oznaczonej (4.1). Analogicznie oblicza się $Y(s)$.

$$U(s) = \int_0^{+\infty} u(t)e^{-st} dt \quad \text{np. } f(t) = 1(t) \rightarrow F(s) = \int_0^{+\infty} 1e^{-st} dt = \frac{1}{-s} e^{-st} \Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{s} \quad (4.1)$$

Ponieważ obliczanie całki Laplace'a może być uciążliwe i czasochłonne, opracowane zostały tablice transformat podstawowych członów i sygnałów automatyki. Na następnej stronie zamieszczono tablicę transmitancji typowych członów liniowych oraz transformaty podstawowych sygnałów (funkcji) stosowanych w automatyce.

$\text{transmitancja} = \frac{\text{transformata sygnału wyjściowego} = Y(s)}{\text{transformata sygnału wejściowego} = U(s)} \Big _{\substack{\text{przy zerowych} \\ \text{warunkach początkowych}}}$

Znając transmitancję układu można obliczyć przebieg odpowiedzi $y(t)$ na dowolne wymuszenie $u(t)$, korzystając ze wzoru:

$$y(t) = L^{-1}\{G(s) \cdot U(s)\} \quad (4.2)$$

Oznaczmy $F(s) = L\{f(t)\}$. Podstawowe własności transformaty Laplace'a to:

$$1. \text{ liniowość: } L\{a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)\} = a_1 F_1(s) + a_2 F_2(s) \quad (4.3)$$

$$2. \text{ całkowanie: } L\left\{\int_0^t f(\tau) d\tau\right\} = \frac{1}{s} F(s) \quad (4.4)$$

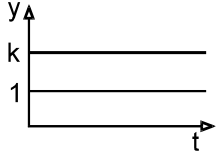
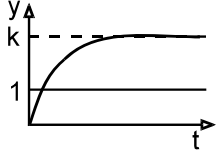
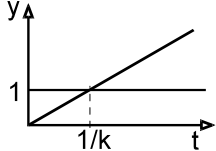
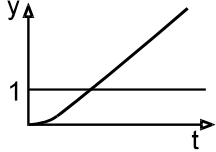
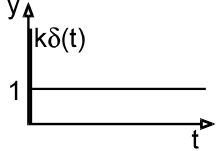
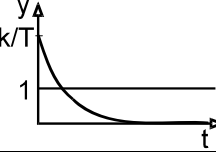
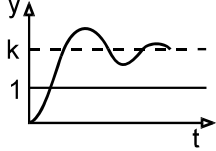
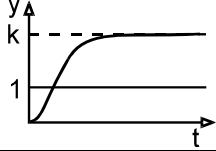
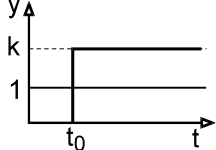
$$3. \text{ przesunięcie: } L\{e^{at} f(t)\} = F(s - a) \quad (4.5)$$

$$4. \text{ zmiana skali: } L\{f(a \cdot t)\} = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right) \quad (4.6)$$

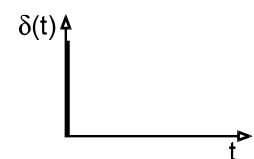
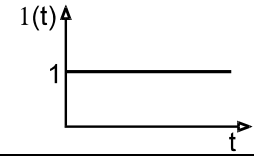
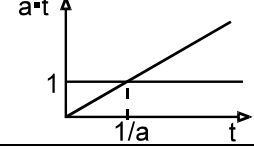
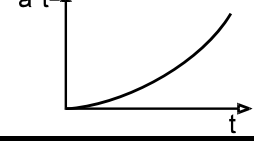
$$5. \text{ różniczkowanie: } L\{f^n(t)\} = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - f^{n-1}(0) \quad (4.7)$$

Poniżej przedstawiono typowe liniowe człony automatyki oraz sygnały wymuszające.

Tabl. 4.1. Podstawowe człony dynamiczne.

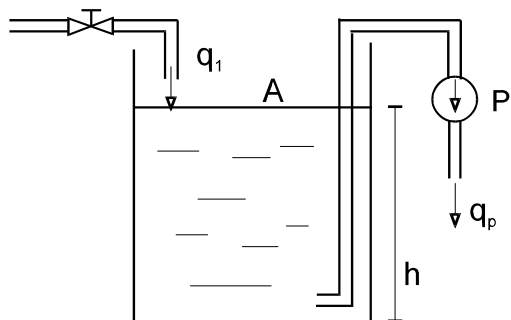
Nazwa	Opis w dziedzinie czasu	Transmitancja operatorowa	Odpowiedź skokowa
Człon proporcjonalny	$y(t) = ku(t)$	k	
Człon inercyjny	$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = ku(t)$	$\frac{k}{Ts + 1}$	
Człon całkujący idealny	$y(t) = k \int_0^t u(t) dt$	$\frac{k}{s}$	
Człon całkujący z inercją	$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \int_0^t u(t) dt$	$\frac{k}{s(Ts + 1)}$	
Człon różniczkujący idealny	$y(t) = k \frac{du(t)}{dt}$	ks	
Człon różniczkujący z inercją	$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \frac{du(t)}{dt}$	$\frac{ks}{Ts + 1}$	
Człon oscylacyjny	$T_o^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\xi T_o \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = ku(t)$ $0 \leq \xi \leq 1$	$\frac{k}{T_o^2 s^2 + 2\xi T_o s + 1}$	
Człon inercyjny drugiego rzędu	jw. ale dla $\xi \geq 1$	$\frac{k}{(s + p_1)(s + p_2)}$	
Człon opóźniający	$y(t) = ku(t - t_0)$	ke^{-st_0}	

Tabl. 4.2. Typowe funkcje przebiegów wymuszających.

Nazwa	Opis w dziedzinie czasu	Transformata Laplace'a	Przebieg czasowy
impuls Diraca	$\delta(t)$	1	
skok jednostkowy	$1(t)$	$\frac{1}{s}$	
wymuszenie liniowe	at	$a \frac{1}{s^2}$	
wymuszenie paraboliczne	at^2	$a \frac{2}{s^3}$	

Przykład 1

Obiektem sterowania jest zbiornik (rys. 4.6), do którego doprowadzana jest ciecz z przepływem q_1 [m^3/s]. Ciecz ze zbiornika wypompowywana jest z przepływem q_p za pomocą pompy P . Gęstość cieczy wynosi ρ [kg/m^3]. Poziom cieczy w zbiorniku wynosi h [m], a powierzchnia przekroju poprzecznego A [m^2]. Należy sporządzić model matematyczny takiego obiektu.



Rys. 4.6. Obiekt regulacji dla *Przykładu 1*.

Przystępując do tworzenia opisu (modelu) należy określić zakres zachowań obiektu, które będzie odzwierciedlał nasz opis. Zakładamy, że tworzony model nie będzie uwzględniał sytuacji, w której w zbiorniku zabrakło cieczy lub poziom cieczy wzrósł nadmiernie, prowadząc do wylewania się jej ze zbiornika. Dla takich założeń tworzymy bilans masy w zbiorniku (tzn. nie uwzględniamy ograniczeń).

Przystępując do tworzenia opisu (modelu) należy określić zakres zachowań obiektu, które będzie odzwierciedlał nasz opis. Zakładamy, że tworzony model nie będzie uwzględniał sytuacji, w której w zbiorniku zabrakło cieczy lub poziom cieczy wzrósł nadmiernie, prowadząc do wylewania się jej ze zbiornika. Dla takich założeń tworzymy bilans masy w zbiorniku (tzn. nie uwzględniamy ograniczeń).

$$\rho A \frac{dh(t)}{dt} = \rho q_1(t) - \rho q_p(t) \quad - \quad \text{równanie bilansu masy} \quad (4.8)$$

Jeżeli przez $\bar{q}_1, \bar{q}_p, \bar{h}$ oznaczymy odpowiednio wartości dopływu, odpływu i poziomu w sytuacji równowagi (w tzw. stanie nominalnym, ustalonym), to zachodzić będą równości:

$$q_1 = \bar{q}_1 + \Delta q_1, \quad q_p = \bar{q}_p + \Delta q_p, \quad h = \bar{h} + \Delta h, \quad \bar{q}_1 = \bar{q}_p$$

Zatem po podstawieniu otrzymujemy

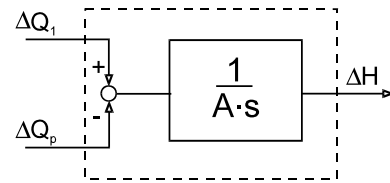
$$\rho A \frac{d(\bar{h} + \Delta h)}{dt} = \rho (\bar{q}_1 + \Delta q_1) - \rho (\bar{q}_p + \Delta q_p), \quad \bar{q}_1 = \bar{q}_p \quad (4.9)$$

Równanie dzielimy obustronnie przez ρ i obliczamy transformatę Laplace'a (dla przyrostów)

$$As\Delta H = \Delta Q_1 - \Delta Q_p \quad \Rightarrow \quad \Delta H = \frac{\Delta Q_1 - \Delta Q_p}{As} \quad (4.10)$$

W celu uproszczenia zapisu pominięto argumenty funkcji, pozostano jednak przy konwencji, że mała litera jako nazwa funkcji oznacza funkcję w dziedzinie czasu, zaś litera duża transformatę tej funkcji - np.

$$f \Leftrightarrow f(t), \quad F \Leftrightarrow F(s).$$



Rys. 4.7. Schemat blokowy obiektu.

Schemat blokowy rozważanego obiektu przedstawiono na rysunku 4.7.

Obiekt nasz jest zatem obiektem wielowymiarowym - o dwu wejściach i jednym wyjściu oraz ma charakter całkujący (jest to obiekt stacjonarny, liniowy i astatyczny).

pamiętaj: *obiektu wielowymiarowego nie można opisać jedną transmitancją, transmitancja przedstawia zależność jednego wyjścia od jednego wejścia*

schemat blokowy obiektu = *graficzna reprezentacja opisu matematycznego tego obiektu*

Nieliniowe układy regulacji

Dążąc do zastosowania przy projektowaniu nieliniowych układów regulacji techniki projektowania opartej na modelu liniowym obiektu stosuje się metodę linearyzacji. Metoda ta polega na przybliżeniu układu nieliniowego *wokół wybranego punktu pracy* układem liniowym.

Analityczna metoda linearyzacji polega na rozwinięciu rozpatrywanego równania różniczkowego (nieliniowego) w szereg Taylora. Rozwinięcia dokonuje się w otoczeniu punktu pracy dla wszystkich współczynników równania nie będących stałymi, pozostawiając tylko wyrazy liniowe i odrzucając nieliniowe wraz z resztą. Występujące w rozwinięciu współczynniki stałe (reprezentowane przez pochodne cząstkowe) wyznacza się na podstawie stanu ustalonego dla *określonego punktu pracy*. Istotną zaletą modelowania liniowego jest fakt, iż odpowiedź wielowejściowego układu liniowego możemy przedstawić w formie sumy odpowiedzi na wymuszenia podawane kolejno na wejścia rozpatrywanego układu (zasada superpozycji).

Rozpatrzmy na początek układ fizyczny o sygnale wejściowym $x(t)$ i sygnale wyjściowym $y(t)$ (obiekt jednowymiarowy) opisany nieliniowym równaniem różniczkowym pierwszego rzędu (4.16). Punkt (x_0, y_0) jest punktem pracy (nominalnym) dla naszego układu:

$$\frac{dy(t)}{dt} = f(x, y), \quad f(x_0, y_0) = 0 \quad (4.16)$$

Ponieważ nieliniowość nie obejmuje pochodnej względem czasu, zatem zlinearyzować wystarczy tylko nieliniową funkcję f . Szereg Taylora dla punktu (x_0, y_0) po odrzuceniu wyrazów nieliniowych i reszty będzie miał postać równania (4.17).

$$f(x, y) = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y} \Delta y \quad (4.17)$$

Dla przypadku ogólnego, układ fizyczny o sygnale wejściowym $x(t)$ i sygnale wyjściowym $y(t)$ opisywany jest równaniem postaci:

$$g(x, x', \dots, x^{(n)}, y, y', y^{(n)}) = 0 \quad (4.20)$$

gdzie: $x \equiv x(t)$, $x' \equiv \frac{dx(t)}{dt}$, $x^{(i)} \equiv \frac{d^{(i)}x(t)}{dt}$ dla $i = 2, 3, \dots, n$ (analogicznie $y \dots$)

Założmy ponadto, że punktem pracy jest punkt (x_0, y_0) .

pamiętaj: punkt pracy jest punktem równowagi obiektu - dla takiego punktu wszystkie pochodne względem czasu zerują się, tzn.:

$$\frac{d^{(i)}x(t)}{dt}(x_0, y_0) = 0, \frac{d^{(i)}y(t)}{dt}(x_0, y_0) = 0 \quad \text{dla } i = 2, 3, \dots, n \quad (4.21)$$

Ponieważ $g(\dots) = 0$ (zob. (4.20)), to i $g(x_0, y_0) = 0$ - stan ustalony. (4.23)

otrzymamy zlinearyzowane równanie dla przyrostów Δx i Δy postaci: (4.25)

Dla nieliniowych równań różniczkowych rzędu pierwszego zależności (4.20) oraz (4.25) będą miały postać:

$$g(x, x', y, y') = 0 \Rightarrow \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{P_0} \Delta x + \left. \frac{\partial g}{\partial x'} \right|_{P_0} \Delta x' + \left. \frac{\partial g}{\partial y} \right|_{P_0} \Delta y + \left. \frac{\partial g}{\partial y'} \right|_{P_0} \Delta y' = 0 \quad (4.26)$$

gdzie: $P_0 = (x_0, y_0)$ $x \equiv x(t)$, $x' \equiv \frac{dx(t)}{dt}$, ...

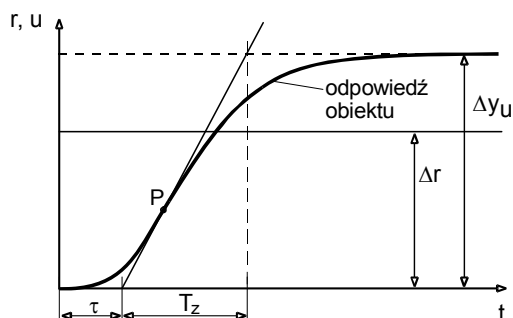
4.2 Identyfikacja typowych obiektów regulacji

Identyfikacja obiektu sterowania polega na stworzeniu modelu i określeniu jego parametrów (współczynników) na podstawie obserwacji. Najprostszą i najbardziej rozpowszechnioną w automatyce metodą identyfikacji obiektu jest analiza odpowiedzi obiektu na ściśle określone (i znane) wymuszenie. Podając na wejście obiektu określone sygnały testowe można określić, w zależności od potrzeb, charakterystyki statyczne, dynamiczne, bądź częstotliwościowe obiektu. Typowymi sygnałami testowymi są: skok jednostkowy, skok prędkości (wymuszenie liniowe), wymuszenie trójkątne, wymuszenie trapezowe, wymuszenie sinusoidalne czy też wymuszenie prostokątne.

Najprostszym sposobem określenia transmitancji obiektu jest aproksymowanie jego nieznannej transmitancji odpowiednią znaną transmitancją (np. dającą podobną odpowiedź skokową jak oryginalny obiekt). Jeżeli odpowiedź skokowa obiektu jest zbliżona do odpowiedzi obiektu wieloinercyjnego, to transmitancję takiego obiektu można przybliżyć transmitancją obiektu

jednoinercyjnego z opóźnieniem (metoda Küpfmüllera) lub transmitancją obiektu wieloinercyjnego rzędu n (metoda Strejca). Jeśli natomiast odpowiedź obiektu jest zbliżona do odpowiedzi obiektu całkującego z inercją, to transmitancję takiego obiektu można przybliżyć transmitancją obiektu całkującego (idealnego) z opóźnieniem. Bardziej popularne (ze względu na łatwość stosowania) są metody przybliżania obiektów wyższych rzędów obiektami pierwszego rzędu z opóźnieniem.

Aproksymacja układu modelem inercyjnym I rzędu z opóźnieniem (metoda Küpfmüllera)



Rys. 4.9. Aproksymacja modelem inercyjnym I rzędu z opóźnieniem.

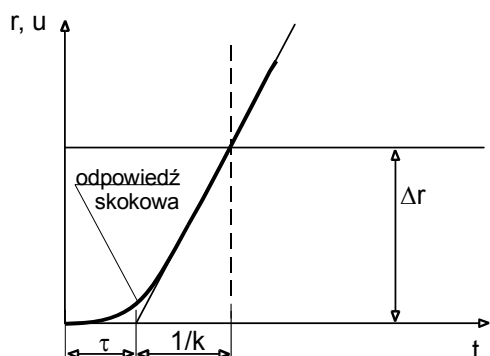
Na rys.4.9 pokazano sposób graficznego wyznaczania współczynników transmitancji aproksymującej w postaci:

$$G_m(s) = \frac{k_o}{T_z s + 1} e^{-\tau s}, \quad (4.27)$$

gdzie $k = \Delta y_u / \Delta r$.

Współczynniki T_z i τ odczytuje się z wykresu prowadząc styczną w punkcie przecięcia P odpowiedzi skokowej obiektu. Wzmocnienie k_o określa się jako $k_o = \Delta y_u / \Delta r$.

Aproksymacja modelem całkującym z opóźnieniem



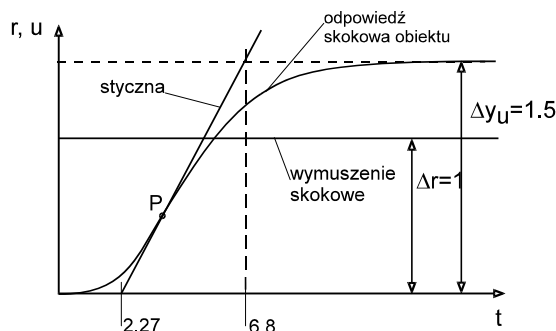
Rys. 4.10. Aproksymacja modelem całkującym z opóźnieniem

Transmitancja aproksymująca ma teraz postać:

$$G_m(s) = \frac{k_o}{s} e^{-\tau s}. \quad (4.28)$$

Współczynniki transmitancji aproksymującej znajdujemy na podstawie odpowiedzi skokowej obiektu (znajdujemy asymptotę tego przebiegu i określamy z wykresu τ oraz k_o).

Przykład 5



Rys. 4.11. Odpowiedź skokowa obiektu z Przykładu 5.

Na drodze eksperymentu otrzymano odpowiedź skokową obiektu jak na rys. 4.11. W celu określenia współczynników transmitancji prowadzimy w punkcie przecięcia P styczną do przebiegu odpowiedzi skokowej obiektu. Na podstawie wykresu odczytujemy:

$$k_o = \frac{1.5}{1} = 1.5, \quad \tau = 2.27, \quad T_z = 6.8 - 2.27 = 4.53.$$

Transmitancja modelująca ma zatem postać:

$$G_m(s) = \frac{1.5}{4.53s + 1} e^{-2.27s}.$$

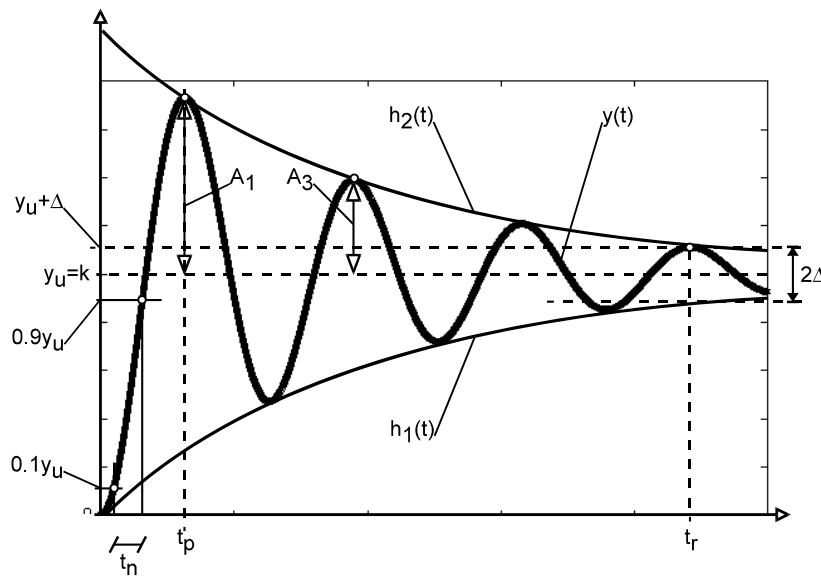
Układy oscylacyjne

W najprostszym przypadku układ oscylacyjny jest układem liniowym drugiego rzędu. Opisuje go wówczas transmitancja (4.32).

$$G(s) = \frac{k}{T_n^2 s^2 + 2\xi T_n s + 1}, \quad T_n = \frac{1}{\omega_n} \quad (4.32)$$

gdzie T_n - okres drgań własnych, ω_n - pulsacja własna, ξ - współczynnik tłumienia.

Warunkiem wystąpienia w tym układzie oscylacji jest $-1 < \xi < 1$. Sytuacji, gdy $\xi < 0$ (ujemne tłumienie) odpowiada pobudzanie drgań w układzie - amplituda tych drgań narasta do nieskończoności (teoretycznie). Praktyczne zastosowanie ma przypadek, gdy drgania są tłumione $0 < \xi < 1$. Dla $\xi \geq 1$ drgania w układzie nie wystąpią, a obiekt staje się układem dwuinercyjnym. Dla $\xi = 1$ w układzie występują przebiegi aperiodyczne-krytyczne (najszybsze z możliwych, ale jeszcze bez przeregulowania).



Rys. 4.14. Odpowiedź skokowa układu oscylacyjnego drugiego rzędu.

Na rysunku 4.14 przedstawiono przebieg odpowiedzi układu oscylacyjnego drugiego rzędu na wymuszenie skokowe - krzywa $y(t)$. Jeśli transmitancja obiektu jest dana wzorem (4.32), to wzór opisujący odpowiedź skokową będzie miał postać:

$$y(t) = k \left[1 - \frac{e^{-\frac{\xi}{T_n} t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \left(\underbrace{\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T_n} t}_{\omega} + \underbrace{\arctg \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}}_{\varphi} \right) \right] \cdot \mathbf{1}(t) \quad (4.33)$$

Współczynnik tłumienia jest dodatni ($0 < \xi < 1$), zatem amplituda oscylacji sygnału wyjściowego maleje. Odbywa się to wzdłuż obwiedni $h_1(t)$, $h_2(t)$ (4.34). Po odpowiednio długim czasie sygnał wyjściowy osiągnie wartość ustaloną $y_u(t) = k \cdot \mathbf{1}(t)$.

$$h_1(t) = k \left(1 - \frac{e^{-\frac{\xi}{T_n} t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \right), \quad h_2(t) = k \left(1 + \frac{e^{-\frac{\xi}{T_n} t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \right) \quad (4.34)$$

Dla rozpatrywanej odpowiedzi skokowej definiuje się następujące parametry:

- **przeregulowanie** $p_{\%} = \frac{A_1}{y_u} 100\%$, $\underline{p_{\%}} = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} 100\%$ (4.35)

Zatem współczynnik tłumienia ξ można obliczyć na podstawie przeregulowania p korzystając ze wzoru (4.35).

$$\xi = \frac{\ln \frac{P_{\%}}{100}}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 \frac{P_{\%}}{100}}} \quad (4.36)$$

- **stopień tłumienia** $d = \frac{A_1}{A_3}$, $d = \left(\frac{P_{\%}}{100}\right)^2 = e^{-\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ (4.37)

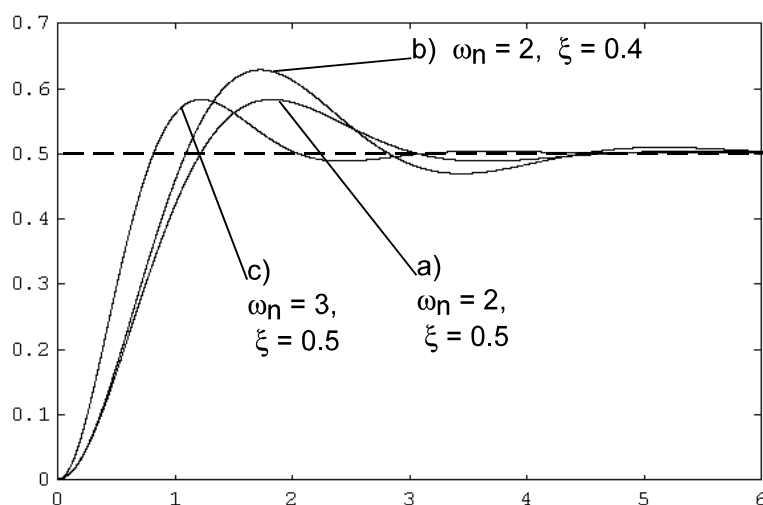
- **czas narastania** $t_n = t_{90\%} - t_{10\%}$, $t_n = \frac{1.8}{\omega_n}$ (4.38)

Jest to czas jaki potrzebuje sygnał wyjściowy $y(t)$ na przejście z 10% do 90% swego stanu ustalonego (y_u) - zob. rysunek 4.14.

- **czas regulacji** - definiuje się go dla określonego odchylenia Δ - zob. rysunek 4.14. Jeżeli Δ podamy w procentach wartości ustalonej, to czas regulacji będzie można obliczyć na podstawie wzorów podanych w tabeli 4.3.

Tabl. 4.3. Określanie czasu regulacji

$\Delta_{\%} [\%] =$	5	2	1
$t_r [s] =$	$3 \frac{1}{\xi\omega_n}$	$4 \frac{1}{\xi\omega_n}$	$4.6 \frac{1}{\xi\omega_n}$

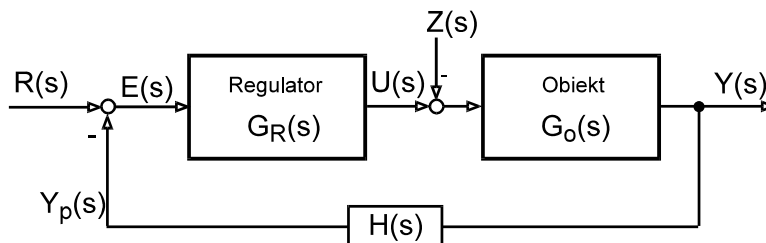


Rys. 4.15. Odpowiedzi skokowe kilku obiektów.

Widać zatem, iż zwiększenie pulsacji własnej układu przy niezmiennym tłumieniu powoduje, że układ staje się szybszy przy niezmiennym przeregulowaniu. Zwiększenie współczynnika tłumienia przy niezminionej pulsacji własnej układu zmniejsza wartość przeregulowania przy nieznacznym spowolnieniu reakcji układu (zob. rys. 4.15).

4.3. Wymagania stawiane układom regulacji automatycznej

Dla układów ze sprzężeniem zwrotnym określa się następujące transmitancje:



Rys. 4.16. Typowy układ regulacji ze sprzężeniem zwrotnym.

$$G_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} \quad \text{transmitancja uchybowa} \quad (4.39)$$

$$G_{ez}(s) = \frac{E(s)}{Z(s)} \quad \text{transmitancja uchybowo-zakłóceńowa} \quad (4.40)$$

$$G_z(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} \quad \text{transmitancja układu zamkniętego} \quad (4.41)$$

$$G_{yz}(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)} \quad \text{transmitancja wyjściowo-zakłóceńowa} \quad (4.42)$$

Od układu regulacji automatycznej najczęściej wymaga się, by wielkość regulowana była równa zadanej ($y(t) = r(t) \Rightarrow Y(s) = R(s)$), zaś uchyb regulacji był zerowy, niezależnie od zakłóceń i wielkości zadanej ($e(t) = 0 \Rightarrow E(s) = 0$). Transmitancje (4.39),..., (4.42) powinny być zatem równe: $G_z(s) = 1$, $G_{yz}(s) = 0$, $G_e(s) = 0$ oraz $G_{ez}(s) = 0$.

Stabilność

Stabilność jest fizyczną cechą układów dynamicznych. Stabilność można badać eksperymentalnie obserwując odpowiedzi czasowe układu na krótkie impulsy - pod warunkiem, że eksperyment jest dopuszczalny, lub analitycznie - jeżeli znamy opis matematyczny obiektu.

układ jest stabilny w danym punkcie równowagi \Leftrightarrow jeżeli wytrącony ze stanu równowagi, po zaniknięciu pobudzenia powraca do tego stanu równowagi